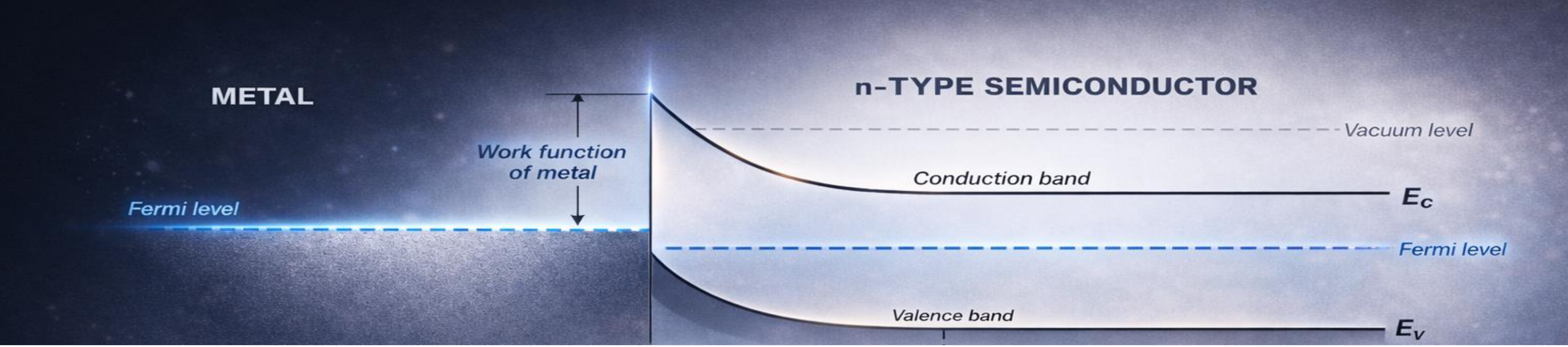


WYKŁAD 5

Równanie Poissona dla złącza Schottky'ego. Pojemność złącza Schottky'ego. Profil koncentracji w złączu Schottky'ego.

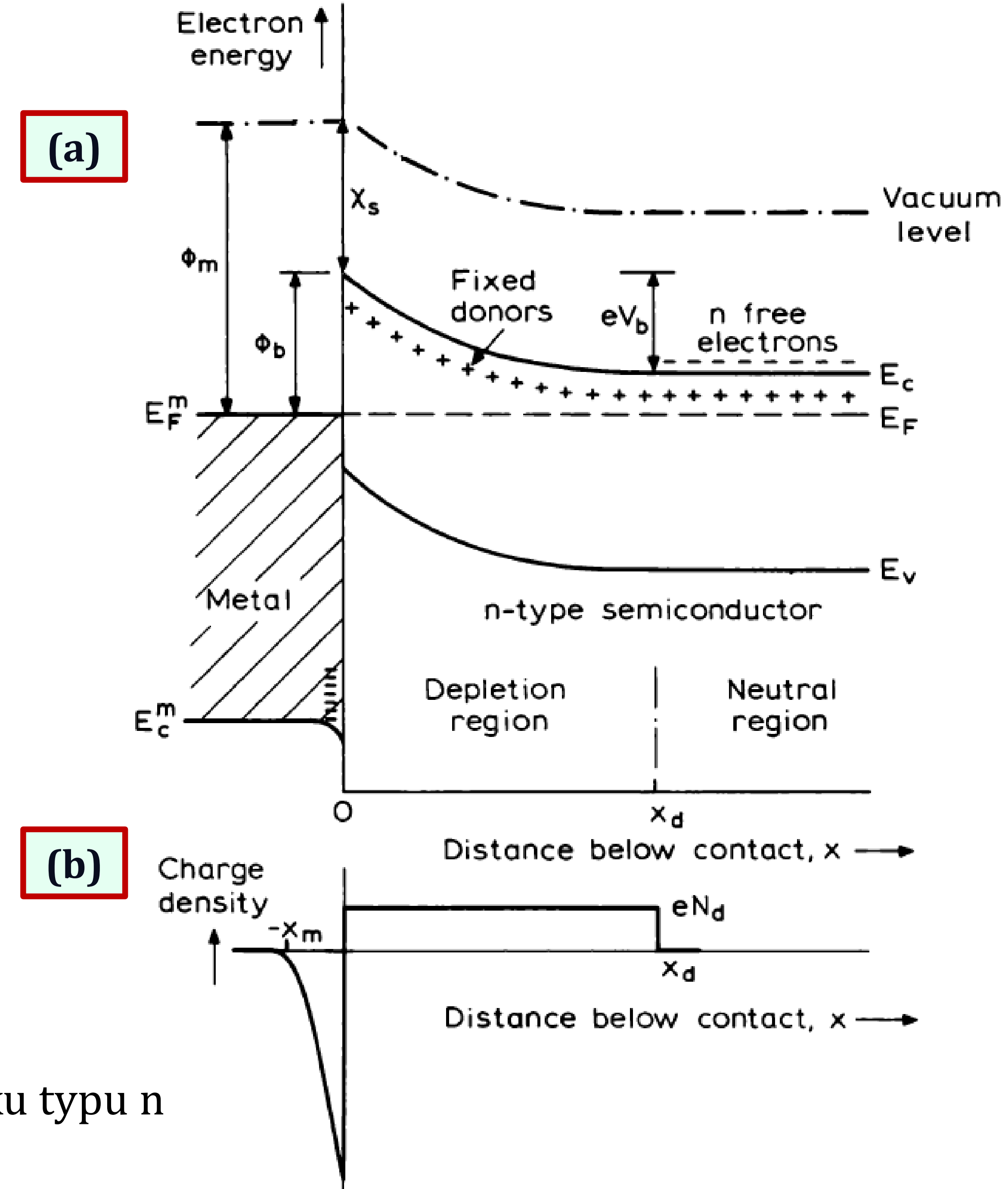
Eunika Zielony

Wykład na podstawie:

1. **E. H. Rhoderick and R. H. Williams**, „*Metal-Semiconductor Contacts*”. 2nd edition, wyd.: Oxford University Press, New York, 1988.
2. **S. M. Sze and Kwok K. Ng**, „*Physics of Semiconductor Devices*”, 3rd edition, wyd.: John Wiley & Sons, Inc. Publication, New Jersey, 2007.
3. **P. Blood and J. W. Orton**, „*The Electrical Characterization of Semiconductors: Majority Carriers and Electron States*”, wyd.: London Academic Press, 1992.

Złącze Schottky'ego – obszar zubożony

(a) Diagram pasmowy złącza metal-półprzewodnik typu n;
(b) Profil gęstości ładunku dla **domieszkowanego jednorodnie** półprzewodnika typu n.c



$$e\phi_b = e(\phi_m - \chi_s)$$

$$eV_b = e\phi_b - (E_c - E_F)$$

$$n = N_C exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right)$$

Tutaj:

ϕ_b – bariera potencjału od strony metalu
V_b – potencjał wbudowany półprzewodnika typu n
x_d – **szerokość obszaru zubożonego**
N_d – koncentracja donorów w półprzewodniku typu n
n – koncentracja swobodnych nośników w półprzewodniku typu n w stanie równowagi termodynamicznej

Równanie Poissona

Wygięcie pasm w obszarze zubożonym jest określone przez sumę napięć odpowiadających potencjałowi wbudowanemu kontaktu m-s oraz przyłożonemu napięciu polaryzacji. Zatem szerokość obszaru zubożonego można obliczyć z gęstości ładunku, korzystając z równania Poissona.

Prawo Gaussa: $\boxed{div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}}$ **oraz** $\boxed{\vec{\mathrm{E}} = -\mathrm{grad}V}$

ρ – gęstość ładunku
V – potencjał elektrostatyczny (potencjał pola elektrycznego o natężeniu $\vec{\mathrm{E}}$)

Podstawiając do równania po lewej stronie, równanie po prawej otrzymujemy:

$$\boxed{-div(gradV) \rightarrow \nabla \cdot (-\nabla V) = -\Delta V} \Longrightarrow \boxed{\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}}$$

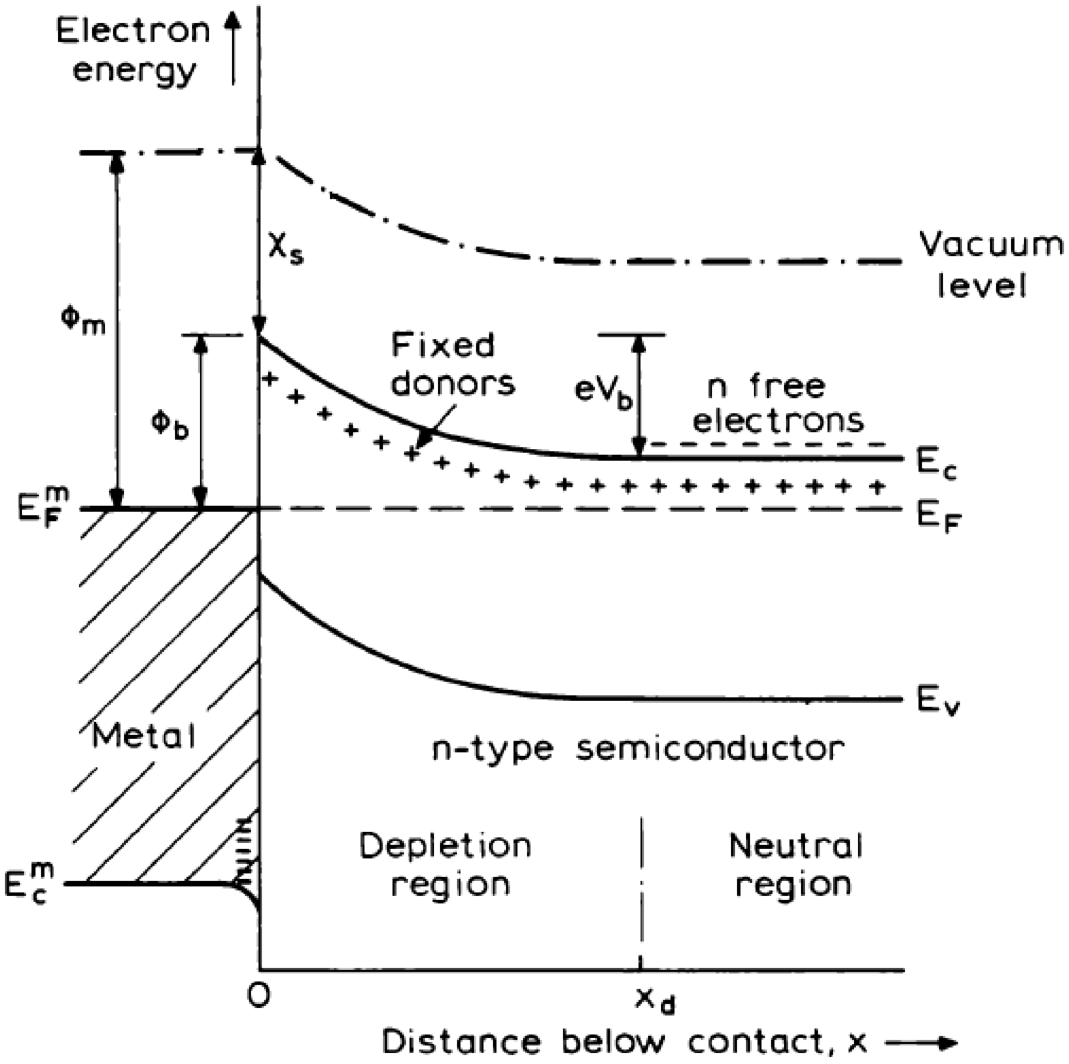
Pamiętając, że laplasjan (Δ) to operator różniczkowy drugiego rzędu, możemy zapisać w 1D, że potencjał elektrostatyczny w każdym punkcie *x* wynosi:

$$\boxed{\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}}$$

Ładunek przestrzenny w półprzewodniku typu n

Zakładając pełną jonizację donorów i pomijając dziury, których w typie n jest bardzo mało → $\rho(x)$ w obszarze zubożonym i poza nim:

$$\rho(x) = q\left(N_d - n(x)\right)$$



Rozważmy trzy przypadki, tj.:

(1) $0 < x < x_d$ → zakres obszaru zubożonego
(2) $x = x_d$ → obszar przejściowy
(3) $x > x_d$ → obszar neutralny

(1) $0 < x < x_d$

Przybliżenie obszaru zubożonego

W takim przypadku: $n(x) = 0$ → $\rho(x) \approx qN_d$

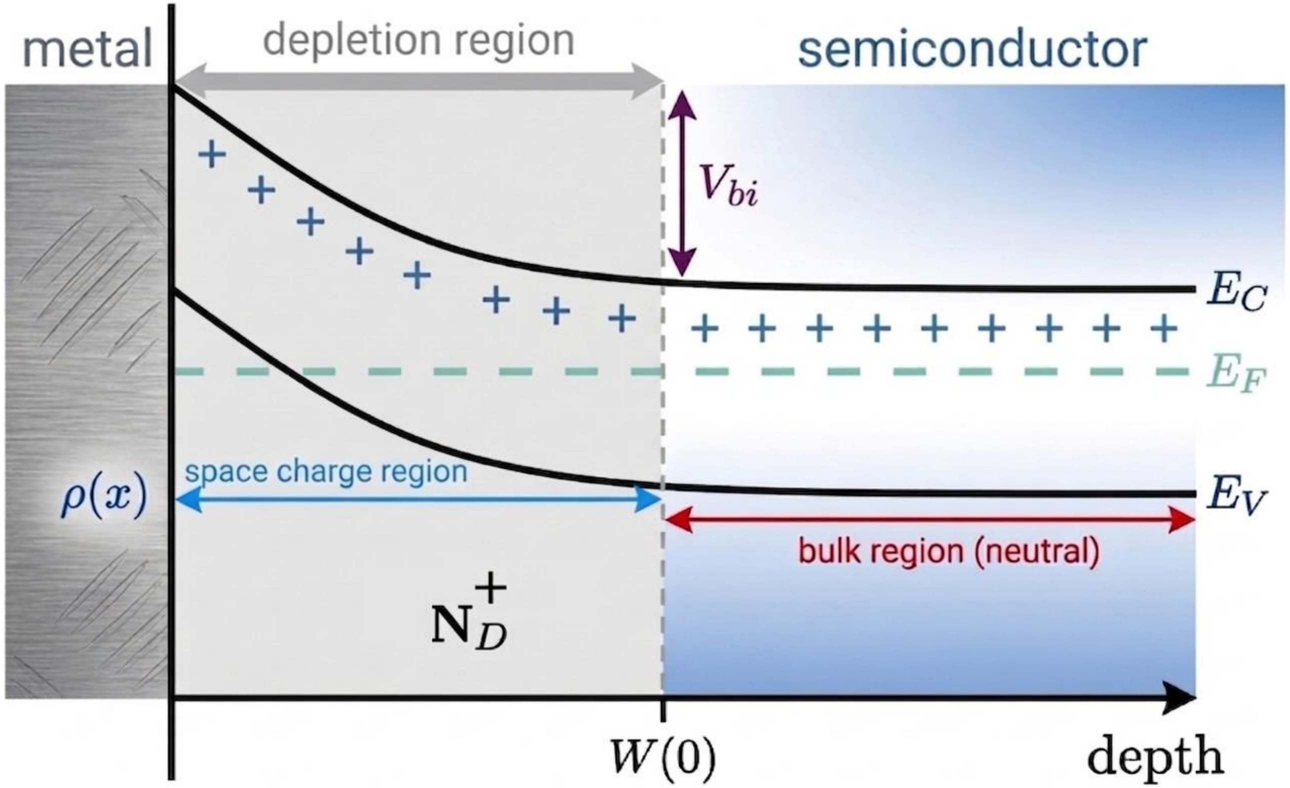
W obszarze zubożonym dominują nieruchome, dodatnio naładowane jony donorów (N_d^+), które nie są kompensowane przez swobodne elektrony → silne pole elektryczne (powstałe na styku z metalem lub innym półprzewodnikiem) "wymiata" z niego swobodne nośniki.

Ładunek przestrzenny w półprzewodniku typu n

Podsumowując: wewnątrz obszaru zubożonego, tj. $0 < x < x_d$

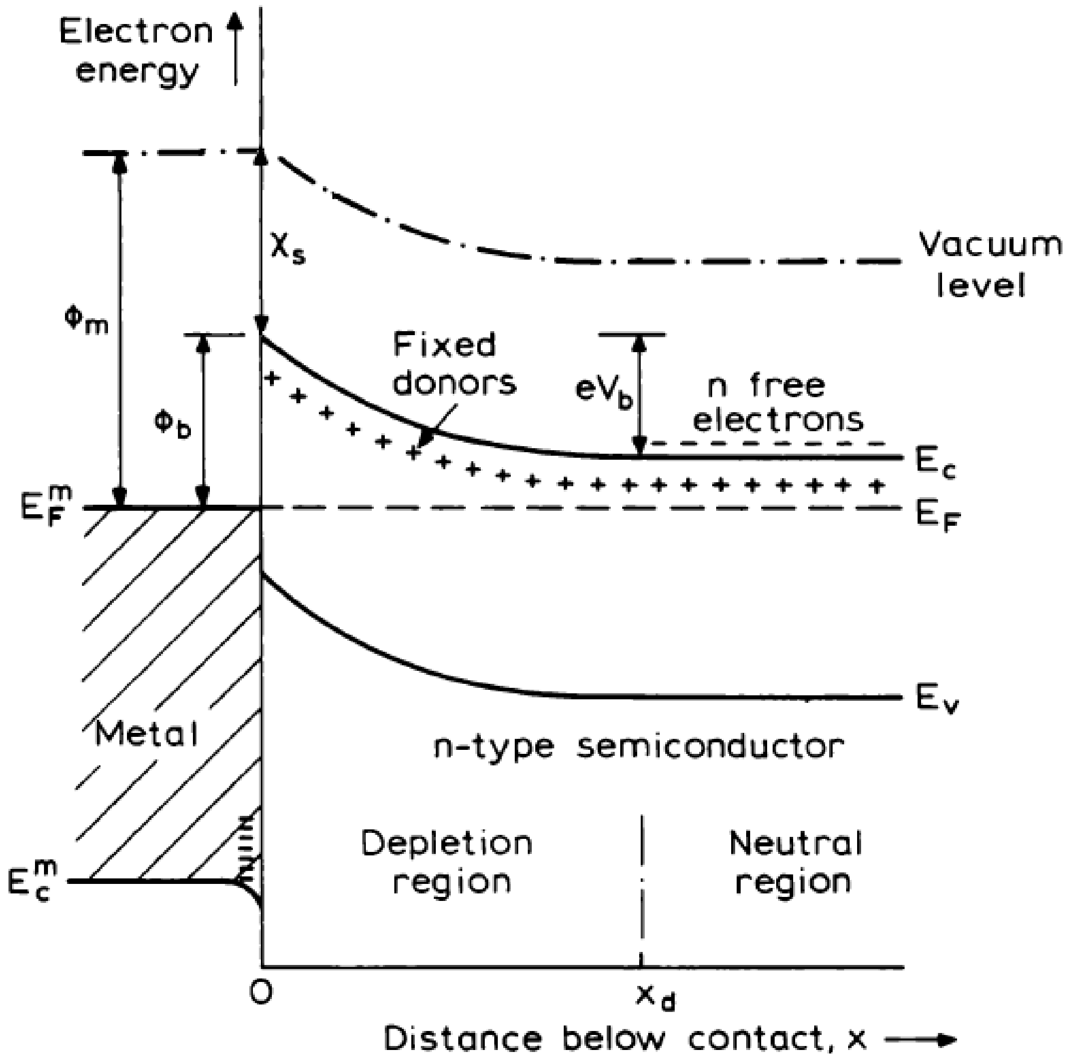
- ✓ **Brak swobodnych nośników**
- ✓ **Pole elektryczne występuje tylko w granicach obszaru zubożonego**
- ✓ **Gęstość prądu jest stała**
- ✓ **Wszystkie domieszki są zjonizowane**

Uwaga: Często zamiennie zamiast „**depletion region**" używa się sformułowania „**space charge region**" – tj. warstwa ładunku przestrzennego, w której znajdują się nieruchome jony domieszki (donory lub akceptory) a brakuje swobodnych nośników ładunku lub ich koncentracja jest bardzo niewielka.



Tutaj: W – szerokość obszaru zubożonego

Ładunek przestrzenny w półprzewodniku typu n



(2) $x = x_d$

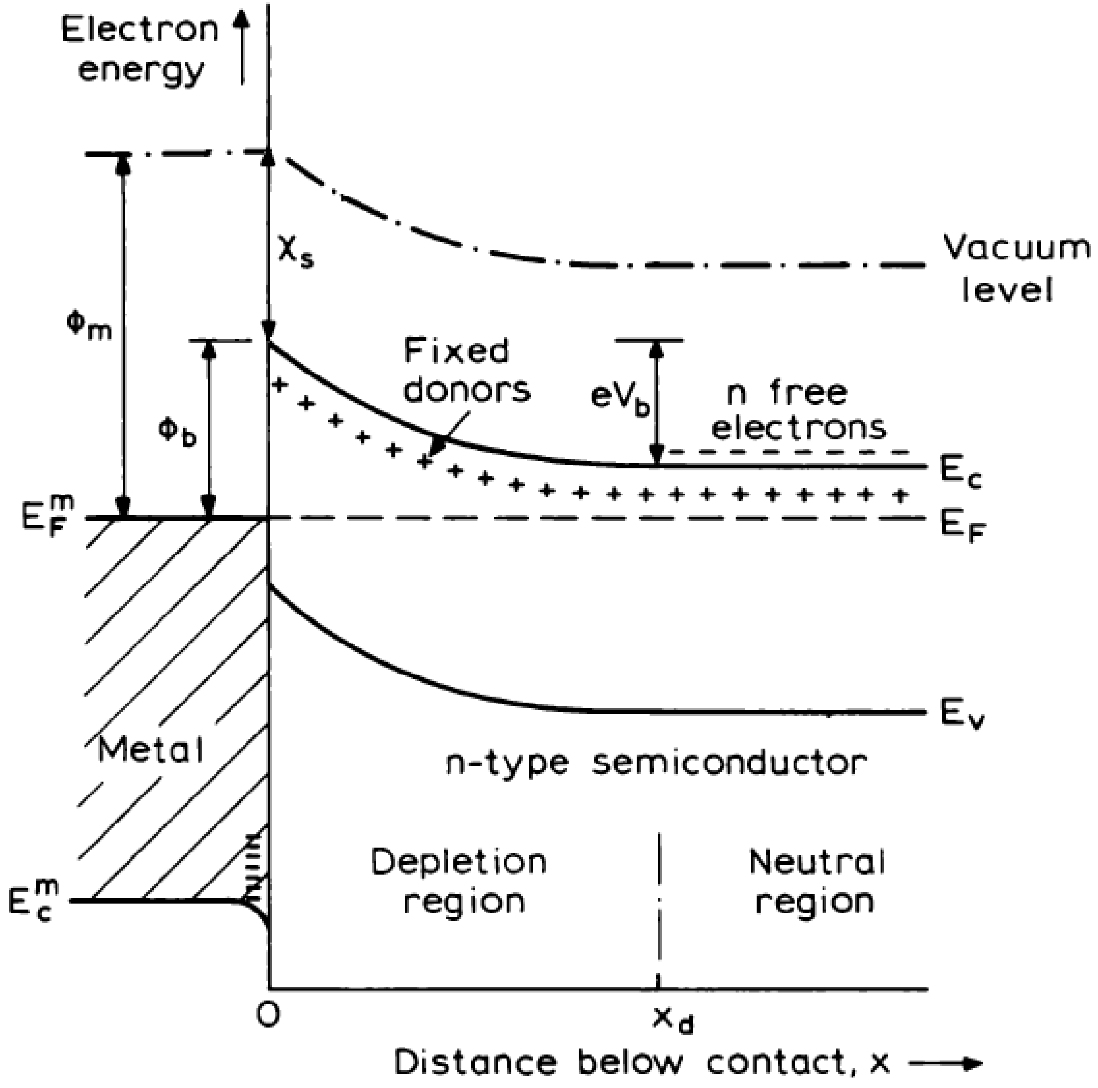
Granica obszaru zubożonego i neutralnego

W takim przypadku: $N_d \rightarrow n(x)$

Uwaga:

- ✓ **Następuje gwałtowna zmiana i N_d dąży do $n(x)$**
- ✓ **Technicznie rzecz biorąc, $n(x)$ całkowicie zrównuje się z N_d dopiero na samym skraju obszaru zubożonego, w miejscu, gdzie pole elektryczne zanika i przechodzimy do neutralnego obszaru półprzewodnika.**

Ładunek przestrzenny w półprzewodniku typu n



(3) $\boldsymbol{x > x_d}$

Obszar neutralny

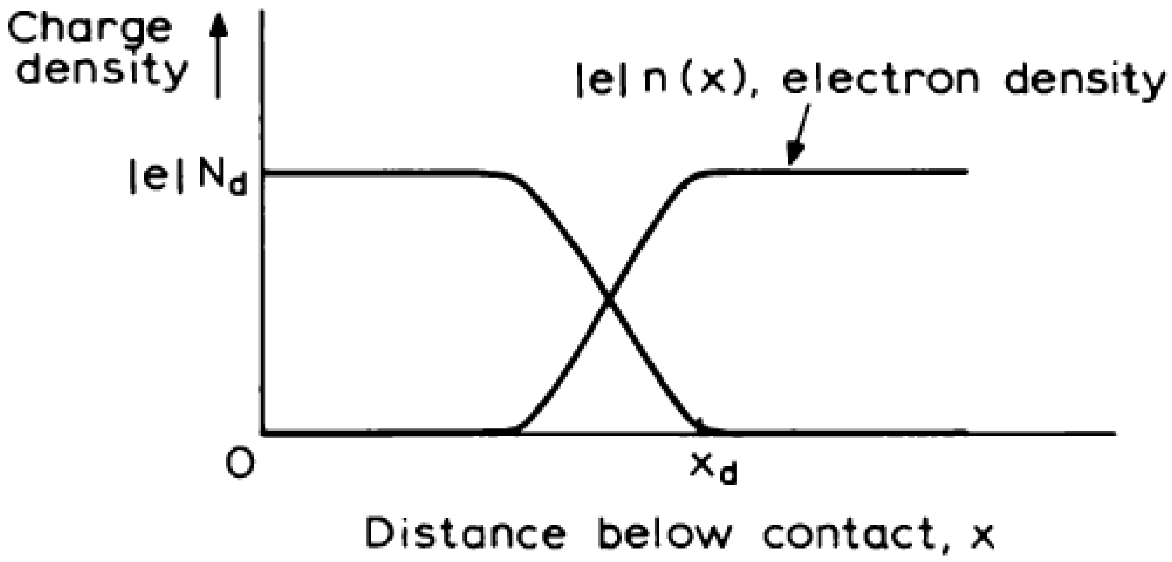
W takim przypadku: $\boldsymbol{n(x) = N_d}$

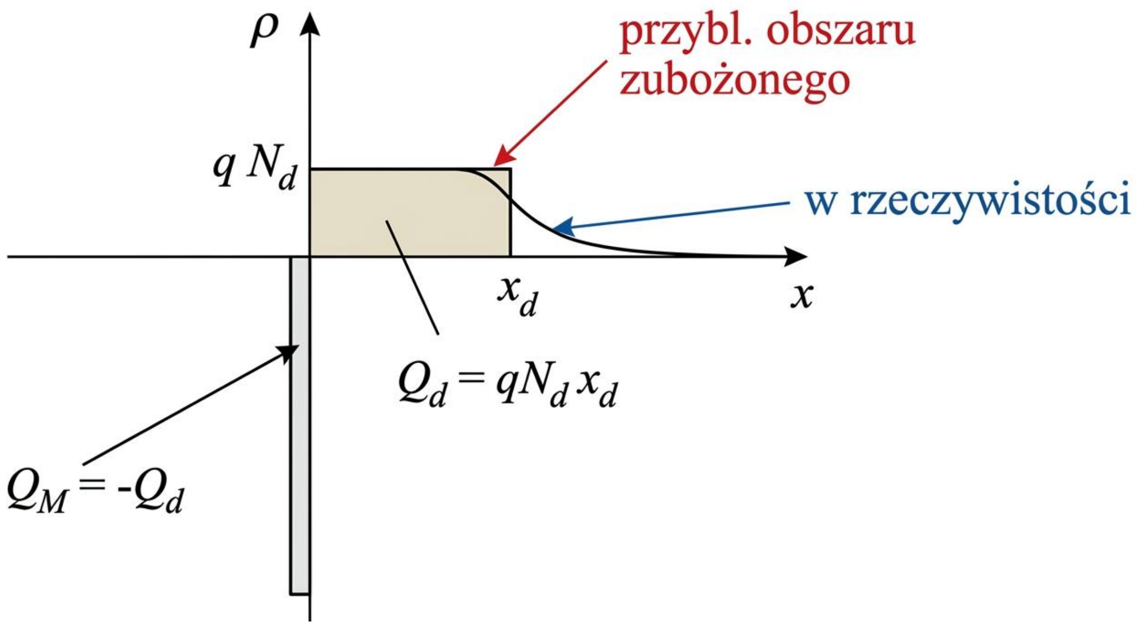
$$\boldsymbol{\rho(x) = q\big(N_d - n(x)\big) = 0}\ !$$

Uwaga:

- ✓ **Panuje neutralność ładunkowa**
- ✓ **Płaskie pasma → brak pola elektrycznego**

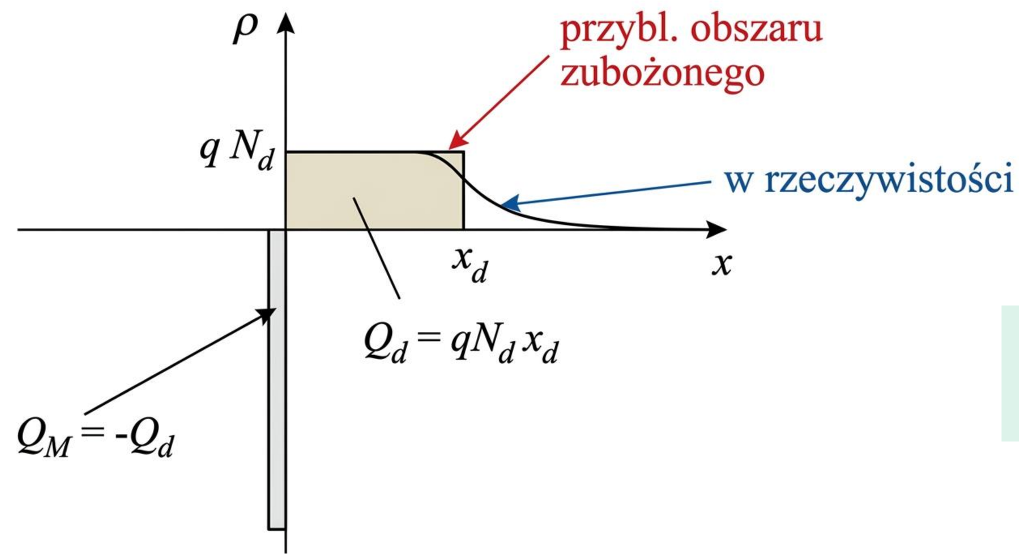
Ładunek przestrzenny w półprzewodniku typu n – podsumowanie





Cecha	Obszar zubożony ($0<x<x_d$)	Granica ($x = x_d$)	Obszar neutralny ($x>x_d$)
Gęstość ładunku	$\rho(x) \approx qN_d$	Gwałtowny spadek	$\rho(x) = 0$
Koncentracja *n*	$n(x) \ll N_d$	$n(x) \to N_d$	$n(x) = N_d$
Nachylenie pasm	Wygięte (silne pole)	Wypłaszczanie się	Płaskie (brak pola)

Pole elektryczne w idealnym złączu Schottky'ego



Równanie Poissona:

$$-\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{dE(x)}{dx} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon_0\varepsilon_s}$$ **oraz** $$\rho(x) = qN_d$$

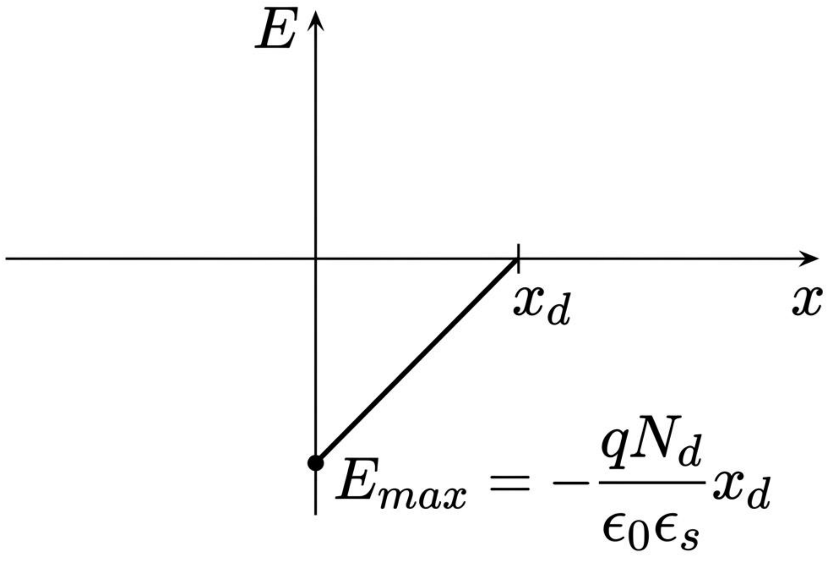
Chcąc obliczyć natężenie pola elektrycznego w obszarze zubożonym, trzeba policzyć całkę:

$$E(x) = \int \frac{\rho(x)}{\varepsilon_0\varepsilon_s}dx = \int \frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_s}dx = \frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_s}x + C_1$$

$$E(x = x_d) = 0 \quad \Longrightarrow \quad C_1 = -\frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_s}x_d$$

Licząc $E(x)$ w każdym punkcie x obszaru zubożonego złącza (tj. $0 \to x_d$), otrzymujemy:

$$E(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_s}(x_d - x)$$ przy czym: $$E_{max} = -\frac{qN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_s}x_d$$



Potencjał elektryczny w idealnym złączu Schottky'ego

Weźmy pod uwagę zakres obszaru zubożonego złącza, tj.: $0 < x < x_d$

$$\frac{dV(x)}{dx} = -E(x) = \frac{qN_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}(x_d - x)$$

Chcąc wyznaczyć $V(x)$ musimy scałkować powyższą zależność:

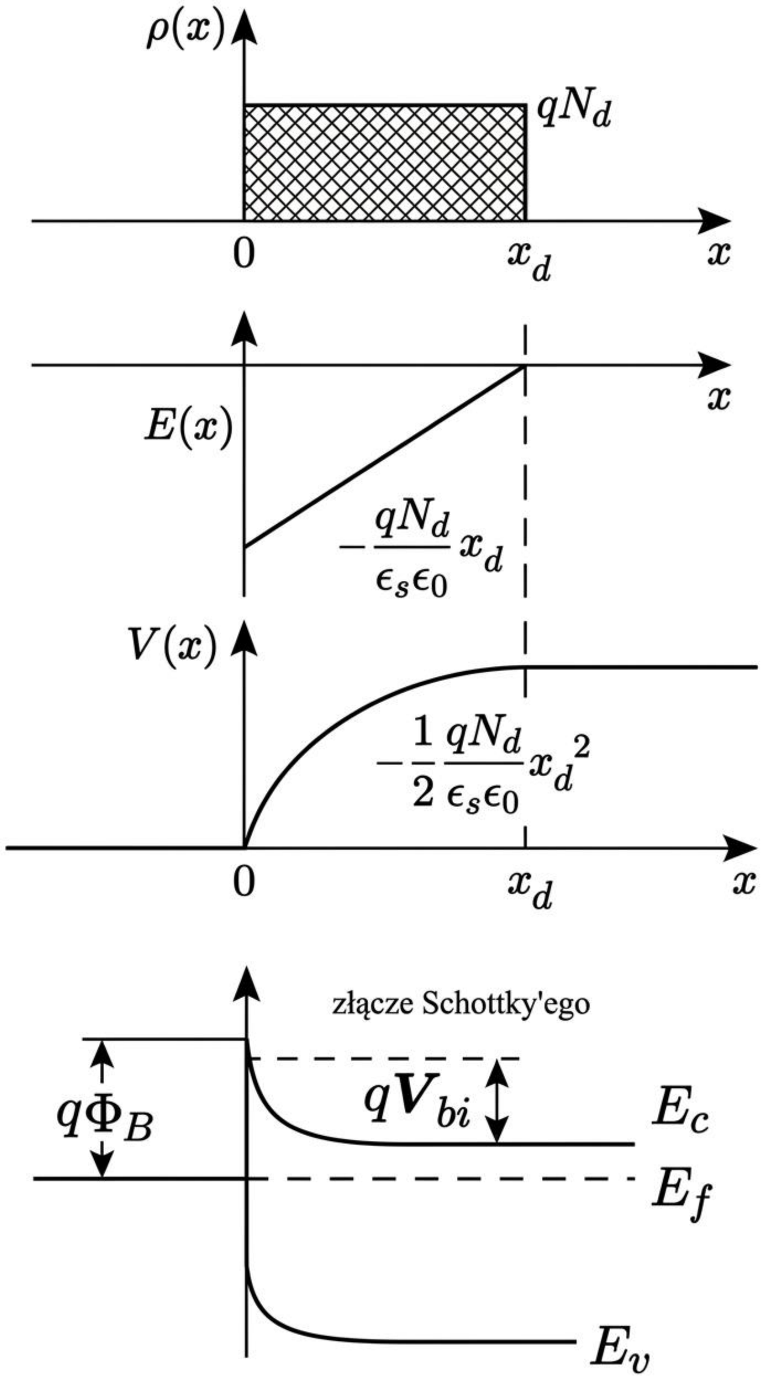
$$\int dV(x) = -\int E(x)dx = \frac{qN_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}\int (x_d - x)\, dx$$

Otrzymujemy: $$V(x) = \frac{qN_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}\left(x_d x - \frac{x^2}{2}\right) + C_2$$

Dla: $V(x = 0) = 0 \Longrightarrow C_2 = 0$

Stąd: $$V(x) = \frac{1}{2}\frac{qN_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}(2x_d x - x^2) = \frac{1}{2}\frac{qN_d}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}\left[x_d^2 - (x - x_d)^2\right]$$

Dla $x = x_d$: $$V(x_d) = V_{max} = \frac{qN_d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s}x_d^2 = V_{bi}$$



Pojemność złącza Schottky'ego

Gdy zmienia się polaryzacja złącza i przykładane jest napięcie → całkowity prąd płynący przez obszar zubożony składa się z **prądu przewodzenia** oraz tzw. **prądu przesunięcia** (*ang. displacement current*).

Prąd przesunięcia I_d jest związany ze zmianami **pola elektrycznego w obszarze zubożonym, które rosną w czasie wraz ze wzrostem napięcia polaryzacji**.

Prąd przewodzenia składa się z dwóch części: prądu I_{m-s} wynikającego z dryftu i dyfuzji elektronów wstrzykiwanych nad barierą z metalu do półprzewodnika, oraz prądu I_{s-m}, który powstaje, ponieważ następuje „wypływ" elektronów i dziur z obszaru zubożonego do metalu wraz ze wzrostem polaryzacji zaporowej.

Uwaga: Przy polaryzacji w kierunku zaporowym, **dominuje prąd I_{m-s}** – który jest prądem wstecznym – **oraz prąd I_d**. Łatwo zauważyć, że natężenie pola elektrycznego w złączu spolaryzowanym w kierunku zaporowym będzie bardzo duże (!) → zatem to udział prądu przesunięcia I_d będzie zauważalny.

$$\boxed{I_d = \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{dE}{dt}}$$ oraz $$\boxed{I_d = A\frac{dQ}{dt}}$$

Tutaj: dQ – zmiana ładunku na jednostkę powierzchni złącza Schottky'ego A

$$dQ = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s}{A} dE \implies \boxed{dE = A\frac{dQ}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}}$$

Wprowadzając pojemność złącza
(wraz ze wzrostem napięcia V_r rośnie natężenie pola elektrycznego w obszarze warstwy zubożonej)

$$\implies C = \varepsilon_0 \varepsilon_s \frac{dE}{dV_r} \implies \boxed{C = A\frac{dQ}{dV_r}}$$

Pojemność złącza Schottky'ego – przypadek idealny

Uwaga: rozważamy złącze Schottky'ego z półprzewodnikiem typu n – przypadek idealny, w którym pomijamy wpływ swobodnych nośników i zakładamy jednorodne domieszkowanie półprzewodnika. Ładunek Q pochodzący od nieskompensowanych donorów ("nieskompensowane", ponieważ pole elektryczne w obszarze zubożonym usunęło swobodne elektrony) **można zapisać następująco:**

$$Q = (2\varepsilon_0\varepsilon_s q N_d)^{1/2}\left\{V - \frac{kT}{q}\left[1 - exp\left(-\frac{qV}{kT}\right)\right]\right\}^{1/2}$$

Ponieważ $C = A\frac{dQ}{dV}$, to po policzeniu pochodnej otrzymujemy:

$$C = A\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon_s q N_d}{2}\right)^{1/2}\left\{V - \frac{kT}{q}\left[1 - exp\left(-\frac{qV}{kT}\right)\right]\right\}^{-1/2}\cdot\left\{1 - exp\left(-\frac{qV}{kT}\right)\right\}$$

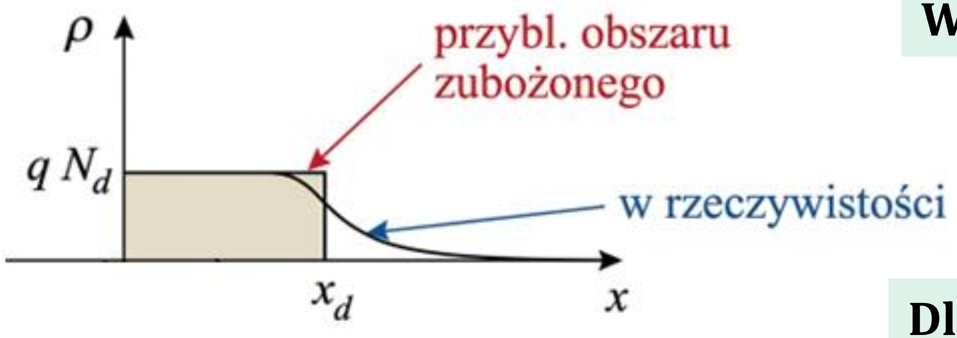
Jest to ścisłe wyrażenie na pojemność złącza m-s w funkcji napięcia dla jednorodnie domieszkowanego półprzewodnika. Do celów praktycznych można je uprościć, zauważając, że w temperaturze pokojowej $\left({}^{kT}/_{q}\right) \approx 0.025\,V$ → $\left({}^{kT}/_{q}\right) \ll V$ → wyrazy wykładnicze można pominąć, co daje:

$$C = A\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon_s q N_d}{2}\right)^{1/2}\left(V - \frac{kT}{q}\right)^{-1/2}$$

⟹ **Wzór dla złącza m-s z półprzewodnikiem typu n. W przypadku półprzewodnika typu p, we wzorze zamiast N_d pojawia się N_a.**

Przybliżenie obszaru zubożonego – szczegóły

Zakładając, że $V \gg \left({}^{kT}\!/_{q}\right)$ mówimy, że $n(x)$ równa jest zeru w całym obszarze zubożonym → Zatem, warstwa ładunku przestrzennego ma ostre granice i $\rho(x) = qN_d$ dla $0 < x < x_d$. Błąd wprowadzony do całkowitego ładunku przestrzennego jest niewielki, lecz postać $\rho(x)$, a co za tym idzie również $V(x)$ w pobliżu krawędzi zubożenia, jest jedynie przybliżona.



W równowadze termodynamicznej:

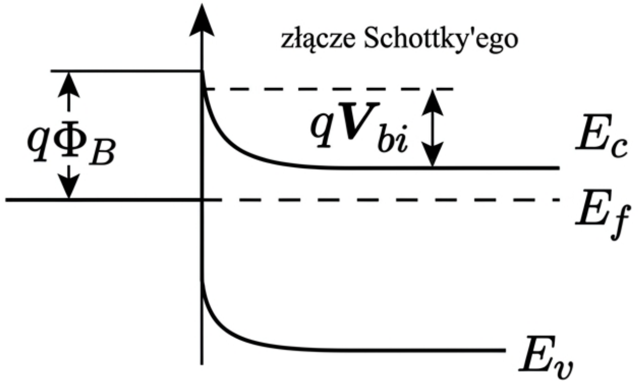
$$V(x) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_s}\left[x_d^2 - (x - x_d)^2\right]$$

Dla $x = x_d$:

$$V(x_d) = \frac{qN_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_s}x_d^2 = V_{bi} \Longrightarrow x_d = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s V_{bi}}{qN_d}\right)^{1/2}$$

Szerokość obszaru zubożonego złącza m-s spolaryzowanego w kierunku zaporowym napięciem V_r :

$$x_d = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s(V_{bi} + V_r)}{qN_d}\right)^{1/2}$$



Pojemność złącza m-s dla jednorodnego domieszkowania

Szerokość obszaru zubożonego złącza spolaryzowanego w kierunku zaporowym napięciem V_r:

$$x_d = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s(V_{bi}+V_r)}{qN_d}\right)^{1/2}$$

Ładunek w obszarze warstwy zubożonej o szerokości x_d:

$$Q = qN_d x_d = qN_d\left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s(V_{bi}+V_r)}{qN_d}\right)^{1/2} = qN_d\left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s}{qN_d}\right)^{1/2}(V_{bi}+V_r)^{1/2}$$

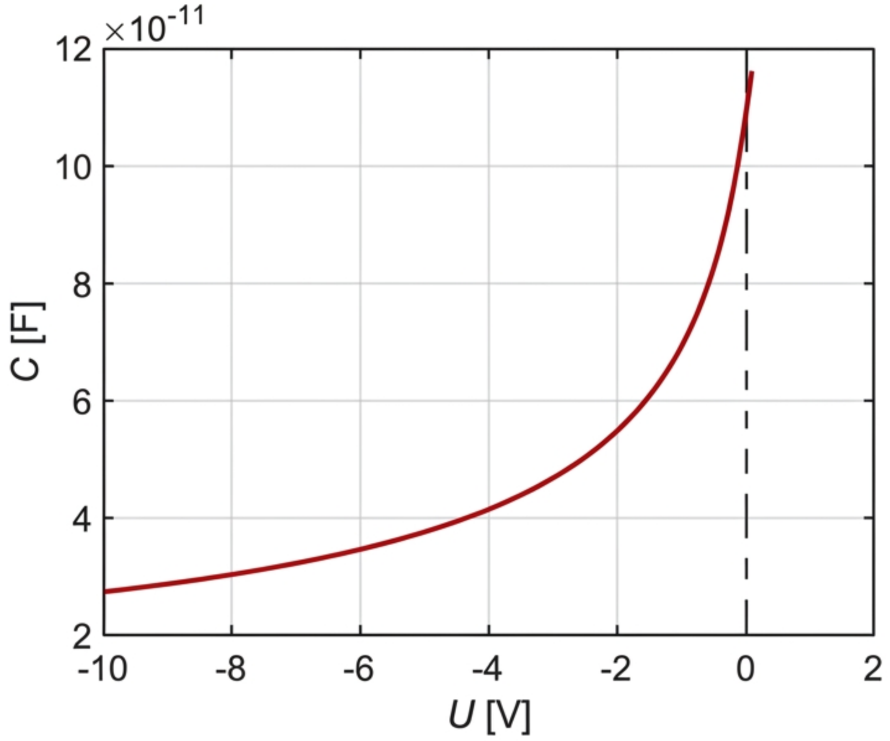
Skoro: $C = A\dfrac{dQ}{dV}$ **to przy polaryzacji w kierunku zaporowym:** $C = A\dfrac{dQ}{d(V_{bi}+V_r)}$

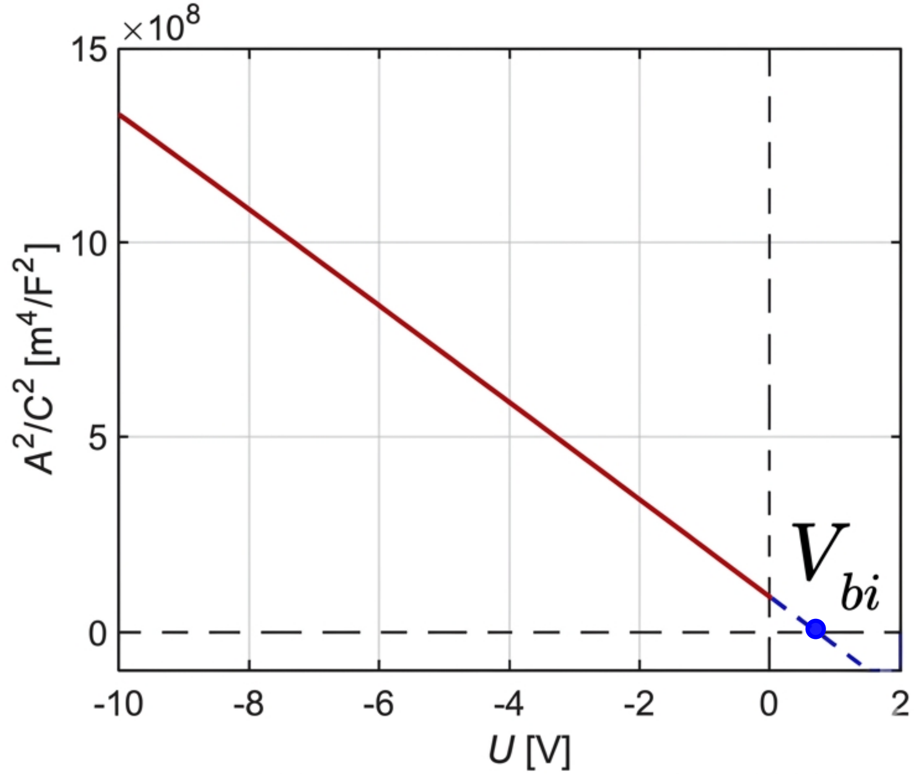
Zatem:

$$C = \frac{1}{2}AqN_d\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon_s}{qN_d}\right)^{1/2}(V_{bi}+V_r)^{-1/2} = \mathrm{A}\left(\frac{\varepsilon_0\varepsilon_s qN_d}{2(V_{bi}+V_r)}\right)^{1/2} \Longrightarrow C = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_s}{x_d}$$

Jak dla kondensatora płaskiego

Charakterystyka pojemnościowo-napięciowa (C-V) złącza Schottky'ego



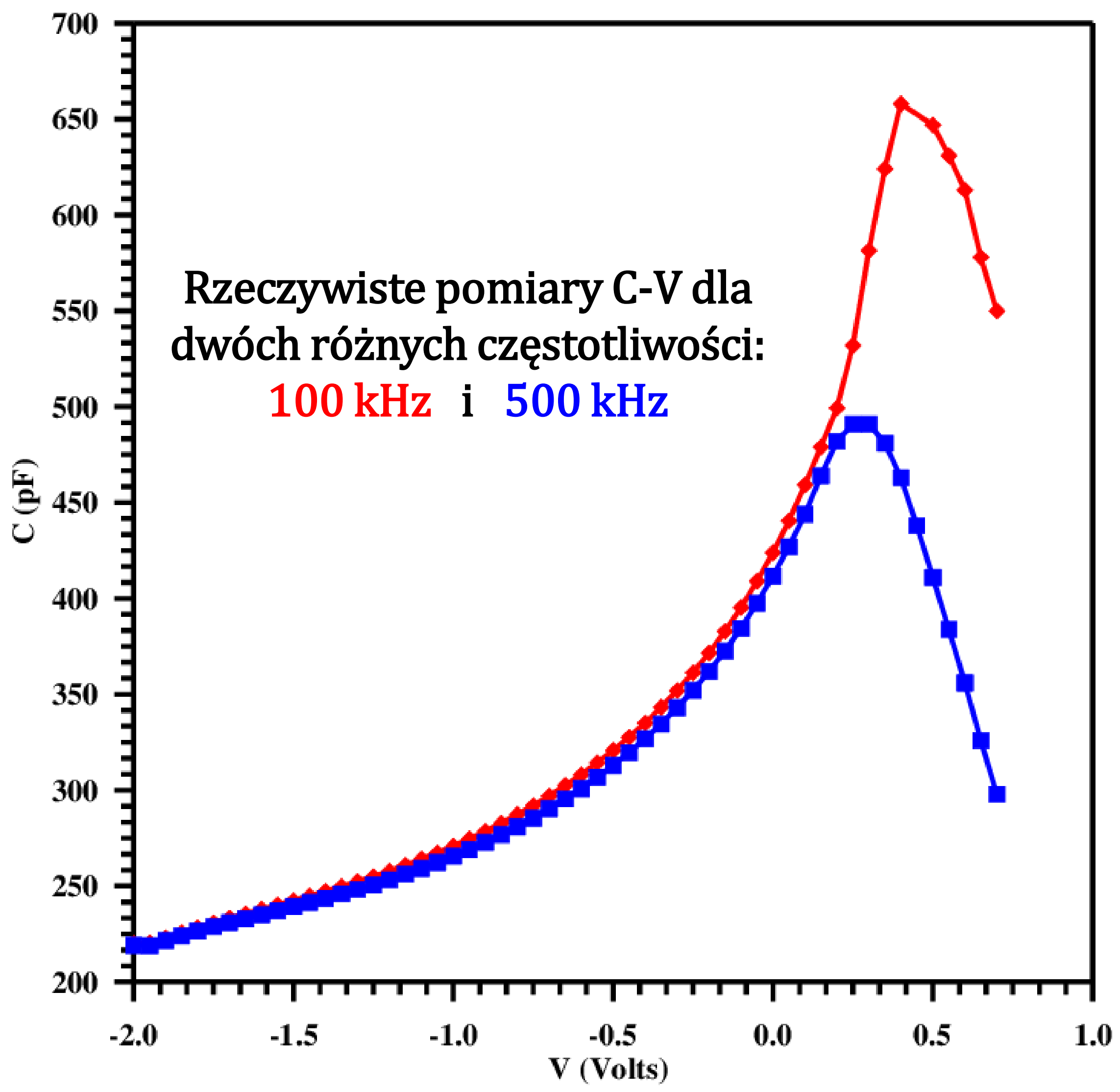


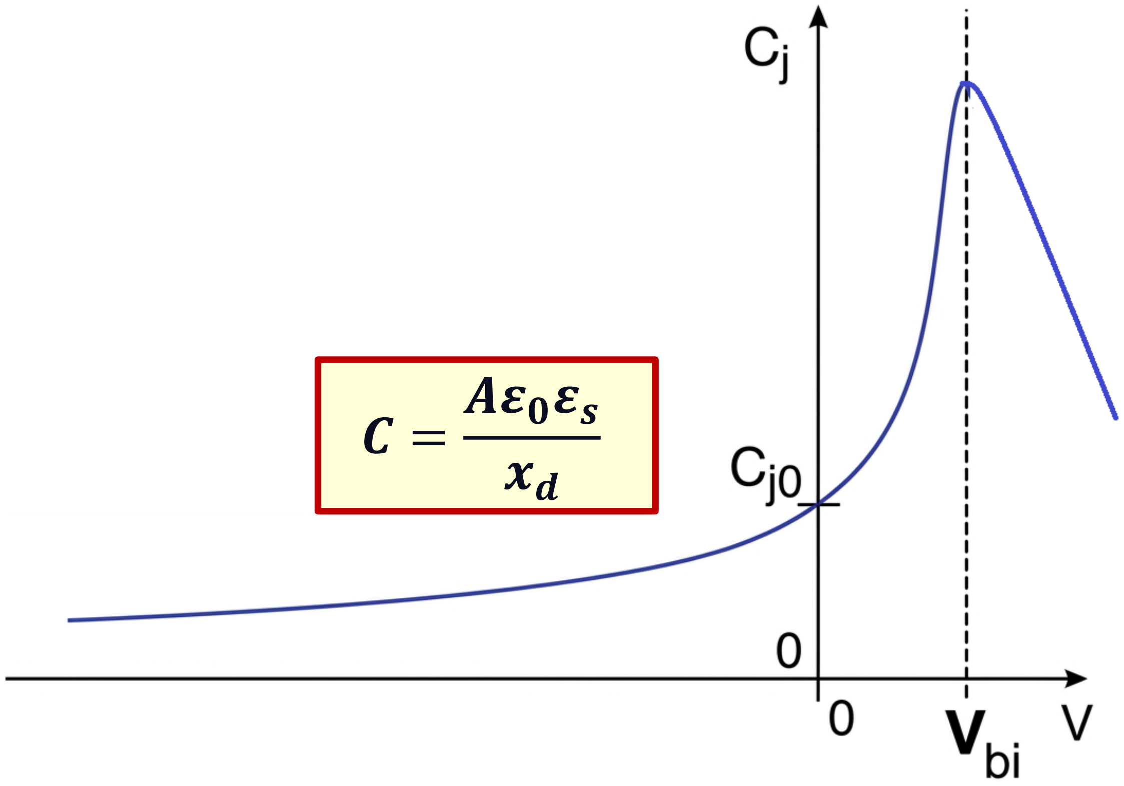
$$C = A\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_s q N_d}{2(V_{bi} + V_r)}\right)^{1/2}$$

$$\frac{A^2}{C^2} = \left(\frac{2(V_{bi} + V_r)}{\varepsilon_0 \varepsilon_s q N_d}\right)$$

Dopasowując zależność $\frac{A^2}{C^2} = f(V)$ funkcją liniową postaci $y = ax + b$, możemy wyznaczyć wartość koncentracji donorów: $N_D = -\frac{2}{q\,\varepsilon_0\,\varepsilon_s a}\ [m^{-3}]$. Z kolei przecięcie prostej regresji z osią napięć wyznacza wartość V_{bi} .

Charakterystyka C-V złącza Schottky'ego w pełnym zakresie napięć

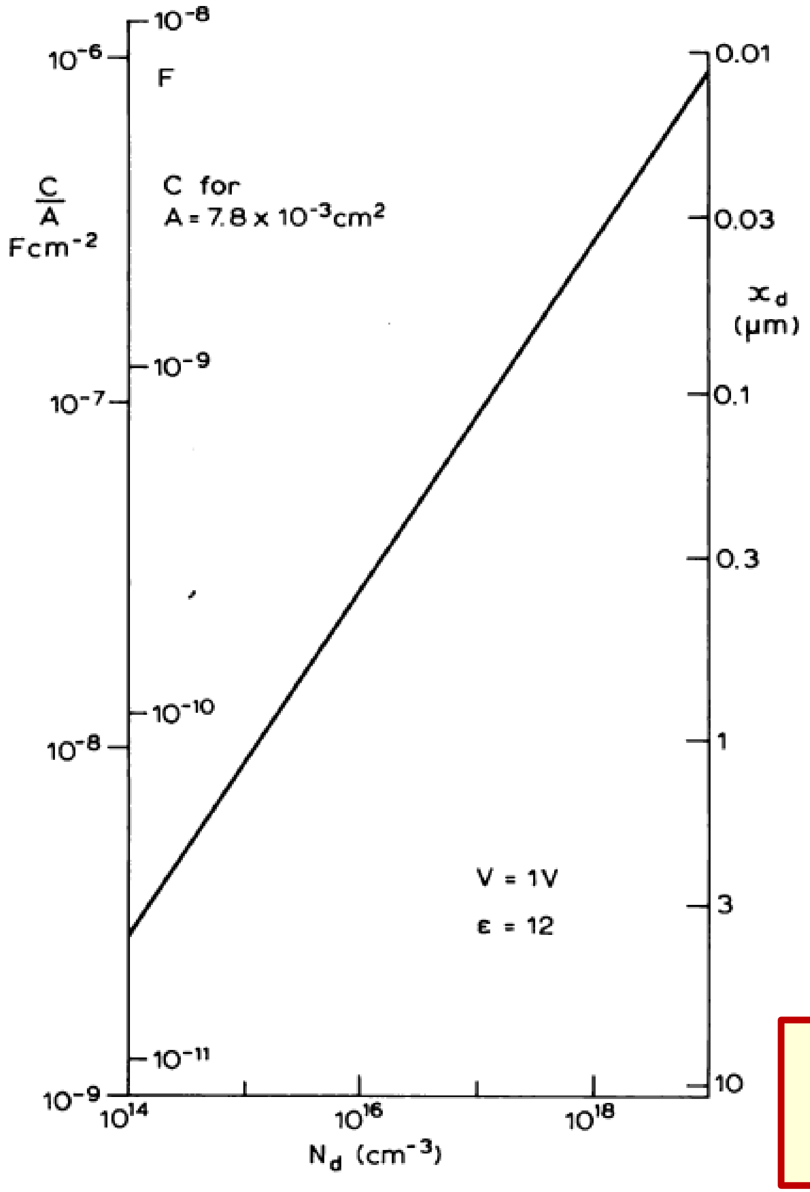


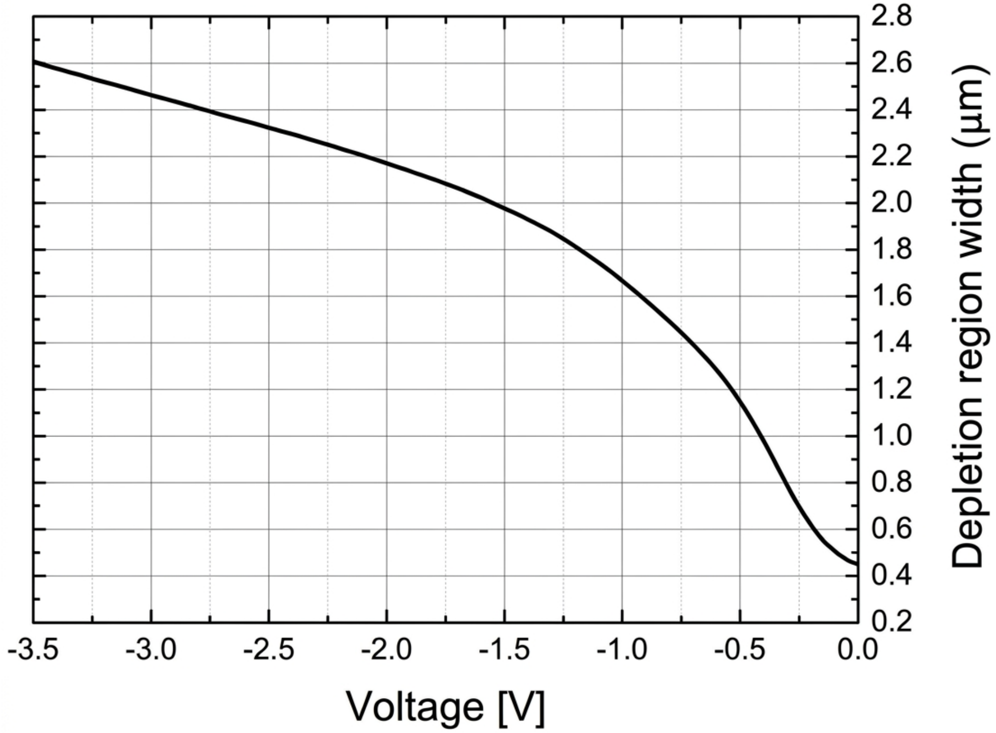


$$C = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_s}{x_d}$$

Rysunek poglądowy, który pokazuje, że przy zaporowej polaryzacji złącza pojemność maleje → dominuje tzw. **pojemność złączowa**. Z kolei dla niskich napięć w kierunku przewodzenia C rośnie od 0 do $V=V_{bi}$ i dominuje wówczas **pojemność dyfuzyjna**. Następnie dla $V>V_{bi}$ pojemność spada, ponieważ dioda w tym obszarze ma wysokie przewodnictwo, V_{bi} zanika, a obszar złącza przestaje być "zubożony".

Zależności $N_d = f(x_d)$ oraz $x_d = f(V_r)$ – przykłady

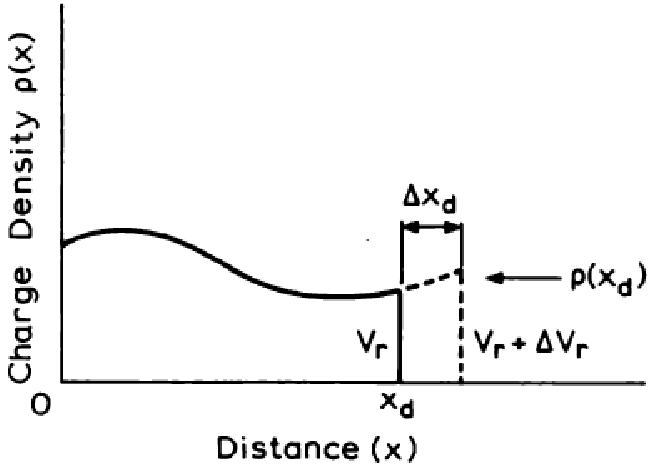


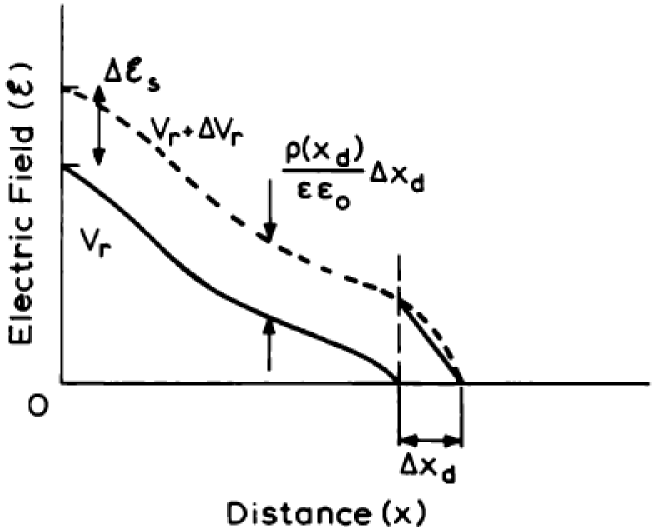


$$x_d = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s(V_{bi}+V_r)}{qN_d}\right)^{1/2}$$

$$x_d \propto (V_{bi}+V_r)^{1/2}$$

Profil koncentracji dla niejednorodnego domieszkowania





W przypadku gdy półprzewodnik ma niejednorodny rozkład domieszki w obszarze zubożonym złącza, aby wyznaczyć jej profil – tj. zależność od $\boldsymbol{x_d}$ – należy rozpatrywać małe przyrosty (zmiany) szerokości obszaru zubożonego $\boldsymbol{\Delta x_d}$ przy napięciach $\boldsymbol{V_r}$ oraz $\boldsymbol{V_r + \Delta V_r}$ i odpowiadające im zmiany pojemności $\boldsymbol{\Delta C}$. Zauważmy też, że dla niejednorodnie domieszkowanego półprzewodnika rozkład pola elektrycznego jest również niejednorodny (patrz Rys.)

Dla idealnego (jednorodnie domieszkowanego) złącza m-s: $\boldsymbol{Q = qN_d x_d}$

Dla niejednorodnie domieszkowanego złącza m-s: $\boxed{\boldsymbol{dQ(x_d) = A\rho(x_d)dx_d}}$

Pokażmy teraz jak zależy Δx_d od ΔV_r:

$$\Delta V_r = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} \int_{x_d}^{x_d + \Delta x_d} x\rho(x)dx \Longrightarrow \Delta V_r = \frac{\rho(x_d)}{2\varepsilon_0 \varepsilon_s} \left(2x_d \Delta x_d + (\Delta x_d)^2\right)$$

Jeśli modulacja napięcia V_r jest niewielka – tzn. zmiana sygnału ΔV_r mała i taka że $\Delta x_d \ll x_d$, to:

$$\Delta V_r = \frac{\rho(x_d)}{\varepsilon_0 \varepsilon_s}(x_d \Delta x_d) \Longrightarrow \frac{\Delta V_r}{\Delta x_d} = \frac{dV_r}{dx_d} = \frac{\rho(x_d)}{\varepsilon_0 \varepsilon_s} x_d$$

Profil koncentracji dla niejednorodnego domieszkowania

Aby obliczyć profil koncentracji domieszki w warstwie zubożonej złącza, wyobraźmy sobie zwiększenie napięcia zaporowego o krok ΔV_r taki, że szerokość obszaru zubożonego wzrasta o Δx_d , a pojemność – mierzona przy napięciach V_r oraz $V_r + \Delta V_r$ – maleje o ΔC.
Spadek pojemności ΔC przy wzroście szerokości obszaru zubożonego o Δx_d (gdy $\Delta x_d \ll x_d$) można otrzymać poprzez zróżniczkowanie równania $C = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_s}{x_d}$. Zatem:

$$\frac{\Delta C}{\Delta V_r} = \boxed{\frac{dC}{dV_r}} = \frac{dC}{dx_d}\frac{dx_d}{dV_r} = -\frac{A\varepsilon_0\varepsilon_s}{x_d^2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_s}{x_d\rho(x_d)} = -\frac{A\varepsilon_0^2\varepsilon_s^2}{x_d^3 qN_d(x_d)} = -\frac{A^3\varepsilon_0^3\varepsilon_s^3}{x_d^3}\cdot\frac{1}{A^2\varepsilon_0\varepsilon_s qN_d(x_d)} = \boxed{-\frac{C^3}{A^2\varepsilon_0\varepsilon_s qN_d(x_d)}}$$

Zatem:

$$\boxed{N_d(x_d) = -\frac{C^3}{A^2\varepsilon_0\varepsilon_s q}\cdot\left(\frac{dC}{dV_r}\right)^{-1}}$$

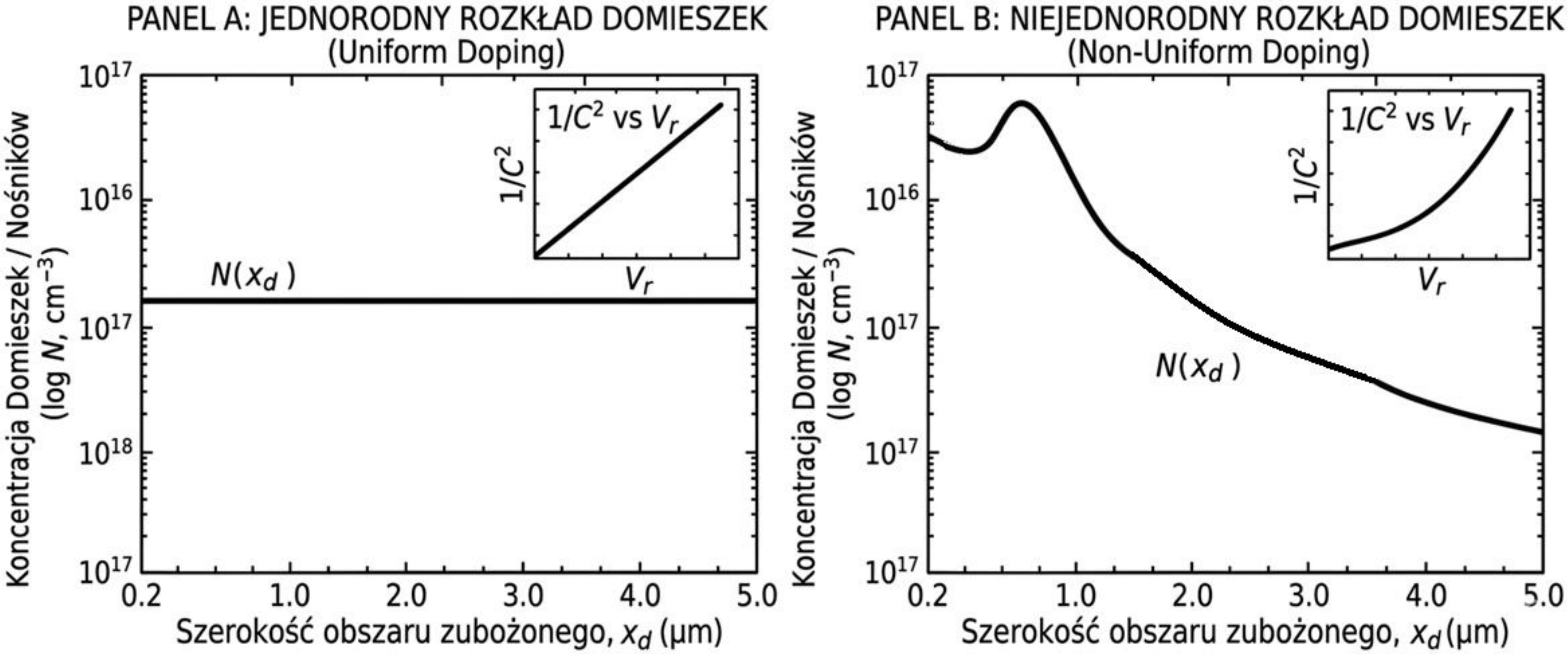
$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0\varepsilon_s}{x_d}}$$

$$\boxed{\rho(x_d) = qN_d(x_d)}$$

$$\boxed{x_d = \left(\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_s(V_{bi}+V_r)}{qN_d}\right)^{1/2}}$$

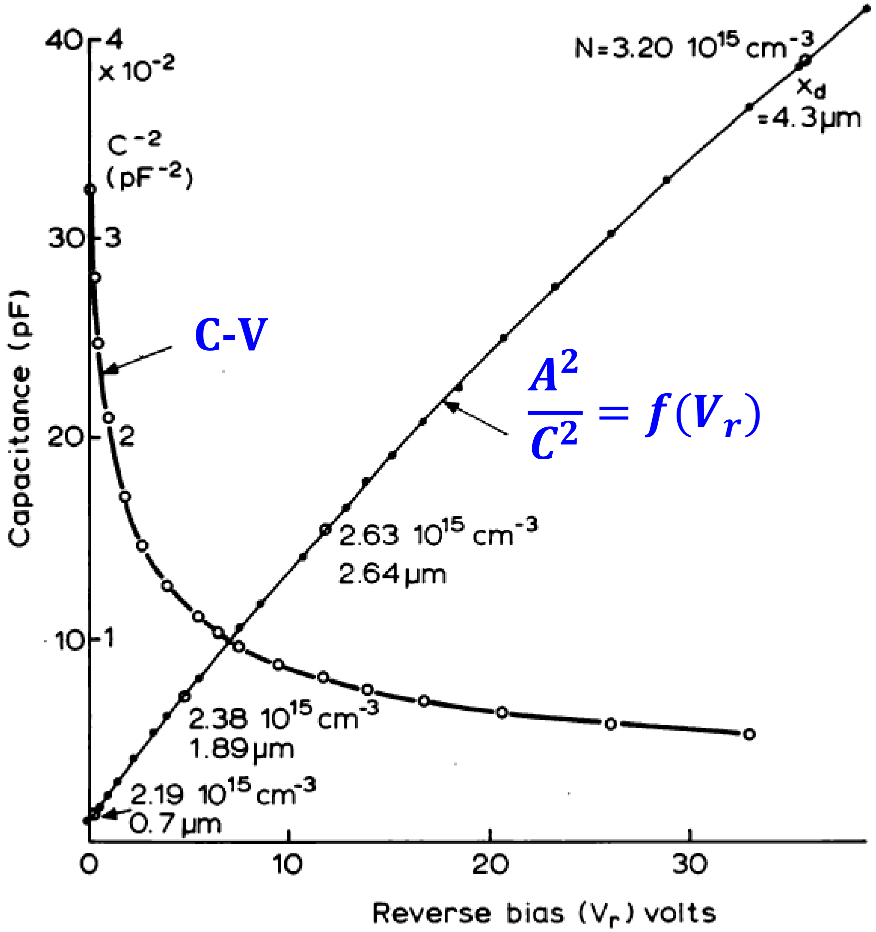
Wniosek: **W przypadku, gdy rozkład domieszki w obszarze złącza nie jest jednorodny, zależność $\frac{A^2}{C^2} = f(V_r)$ nie jest liniowa. Można wówczas wyznaczyć profil koncentracji domieszki $N_d(x_d)$, jeśli obliczy się lokalne nachylenie krzywej C-V dla napięć w kierunku zaporowym.**

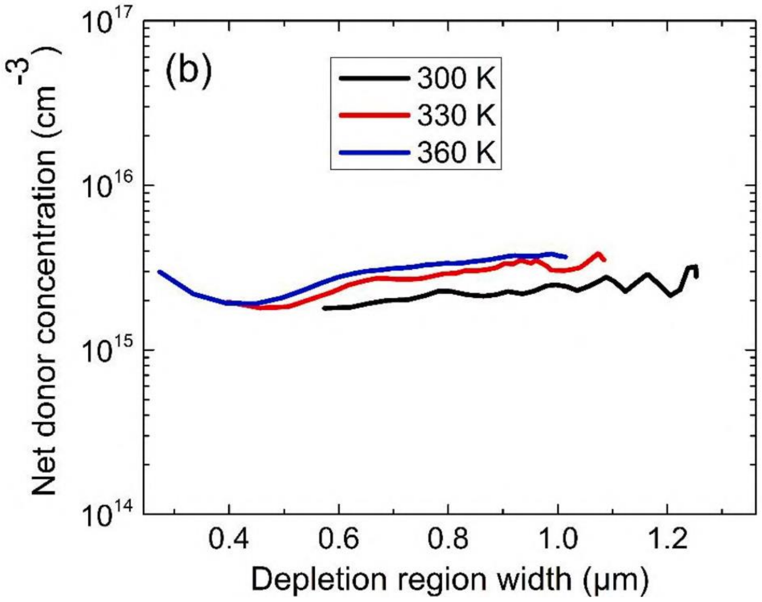
Jednorodny a niejednorodny rozkład domieszek

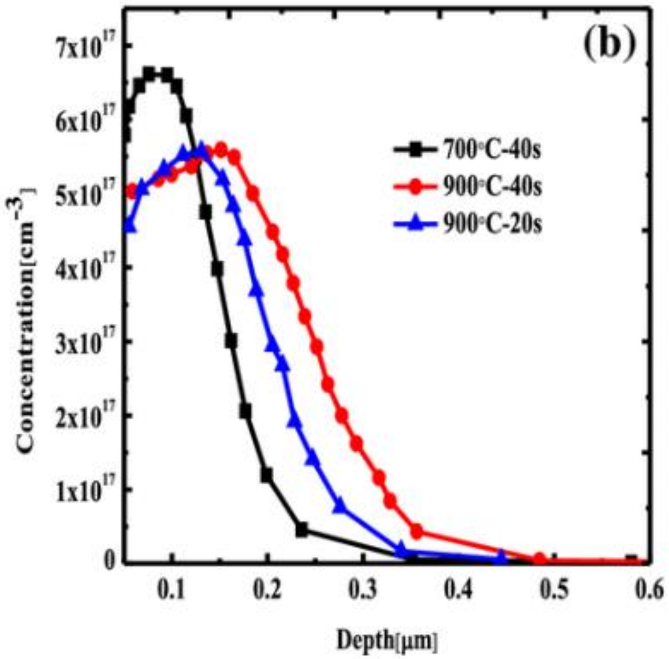


Wykresy poglądowe

Przykładowe profile koncentracji domieszki wyznaczone z C-V







Lokalne nachylenie wykresu $\frac{A^2}{C^2}$ stopniowo maleje wraz ze wzrostem napięcia zaporowego, co wskazuje na wzrost koncentracji domieszki wraz ze wzrostem x_d.

$$N_d(x_d) = -\frac{C^3}{A^2 \varepsilon_0 \varepsilon_s q} \cdot \left(\frac{dC}{dV_r}\right)^{-1}$$

Model Schottky'ego-Motta a profil koncentracji – ograniczenia

Zakres stosowalności modelu Schottky'ego-Motta:

1. Model ten opiera się na założeniu pełnego zubożenia (przybliżenie obszaru zubożonego), gdzie krawędź warstwy zubożonej jest ostro odcięta. Dlatego:

- ✓ Model ten najlepiej opisuje złącze w zakresie średnich i wyższych napięć wstecznych (zazwyczaj od ok. -1 ÷ -2 V w górę, zależnie od typu złącza) → W tym zakresie wykres $\frac{A^2}{C^2} = f(V_r)$ jest najbardziej zbliżony do linii prostej, co oznacza, że można precyzyjnie zdefiniować szerokość warstwy zubożonej x_d, a wpływ nośników swobodnych n(x) jest zaniedbywalny.

- ✓ Wyniki dla małych napięć (bliskich 0V) są obarczone błędem z dwóch głównych powodów:

1. Przy małych napięciach warstwa zubożona jest bardzo wąska. Nośniki swobodne (dziury/elektrony) z obszarów neutralnych "wnikają" nieco do warstwy zubożonej (dyfuzja). Model Schottky'ego-Motta zakłada, że w warstwie zubożonej nie ma żadnych nośników swobodnych, co przy V=0V jest nieprawdą. Granica zubożenia jest "rozmyta".

2. Przy napięciach bliskich zeru (szczególnie jeśli napięcie lekko przechodzi w kierunek przewodzenia), oprócz pojemności złączowej pojawia się pojemność dyfuzyjna, która całkowicie fałszuje wynik obliczeń opartych na modelu Schottky'ego-Motta.